

Bosna i Hercegovina  
Federacija Bosne i Hercegovine  
**KANTON SARAJEVO**  
Ministarstvo za odgoj i  
obrazovanje



Босна и Херцеговина  
Федерација Босне и Херцеговине  
**КАНТОН САРАЈЕВО**  
Министарство за одгој и  
образовање

Bosnia and Herzegovina  
Federation of Bosnia and Herzegovina  
**CANTON SARAJEVO**  
Ministry for Education

INSTITUT ZA RAZVOJ  
PREDUNIVERZITETSKOG  
OBRAZOVANJA

KANTON SARAJEVO, BOSNA I HERCEGOVINA



ИНСТИТУТ ЗА РАЗВОЈ  
ПРЕДУНИВЕРЗИТЕТСКОГ  
ОБРАЗОВАЊА

КАНТОН САРАЈЕВО, БОСНА И ХЕРЦЕГОВИНА

PRE-UNIVERSITY EDUCATION  
INSTITUTE OF SARAJEVO CANTON  
BOSNIA AND HERZEGOVINA

# MATEMATIKA U STRUCI

**Nastavni plan i program/predmetni  
kurikulum baziran na ishodima učenja**

# SADRŽAJ

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| PK1 – Opis predmeta .....                           | 2  |
| PK2 – Ciljevi učenja i podučavanja .....            | 3  |
| PK3 – Oblasna struktura predmetnog kurikuluma ..... | 4  |
| PK4 – Odgojno-obrazovni ishodi .....                | 6  |
| Godine učenja i podučavanja predmeta: 1. ....       | 6  |
| Godine učenja i podučavanja predmeta: 2. ....       | 11 |
| Godine učenja i podučavanja predmeta: 3. ....       | 14 |
| PK5 – Učenje i podučavanje .....                    | 16 |
| PK6 – Vrednovanje u predmetnom kurikulumu .....     | 18 |

*Riječi i pojmovi koji imaju rodno značenje korišteni u ovom dokumentu odnose se jednako na muški i ženski rod, bez obzira jesu li korišteni u muškom ili ženskom rodu.*

# PK1 – Opis predmeta

Svrha učenja i podučavanja nastavnog predmeta "Matematika u struci" je omogućiti učenicima razumijevanje i primjenu matematičkih koncepata u kontekstu njihove specifične struke. Ovaj nastavni predmet pruža temelje za korištenje matematike kao alata za rješavanje problema i optimizaciju procesa u različitim profesionalnim okruženjima. Fokus je na praktičnoj primjeni matematike u profesionalnom okruženju, uz naglasak na problemima i situacijama koji se susreću u određenim industrijama ili poljima djelovanja. Kroz teorijsko i praktično učenje, učenici će razviti sposobnost analize, rješavanja problema i donošenja odluka koristeći matematičke alate i tehnike relevantne za njihovu struku.

Nastavni predmet "Matematika u struci" izučava se kroz sva tri razreda ovog usmjerenja. On pripada odgojno-obrazovnom području koje obuhvata obrazovne programe koji se fokusiraju na sticanje praktičnih vještina i znanja potrebnih za obavljanje određenih stručnih ili tehničkih poslova i direktno je povezana s drugim nastavnim predmetima iz istog stručnog programa. Povezanost s drugim nastavnim predmetima omogućava učenicima stvaranje sveobuhvatnog razumijevanja i primjene matematike u njihovoj specifičnoj struci ili zanimanju.

Nastavni predmet "Matematika u struci" temelji se na savremenim koncepcijama učenja i poučavanja koje naglašavaju praktičnu primjenu matematike u stvarnom svijetu i povezivanje s konkretnim problemima i situacijama. Pri tome treba istaći kontekstualno učenje kroz primjere i zadatke koji su relevantni za specifično zanimanje ili struku, čime se omogućava učenicima da bolje razumiju kako matematika utječe na njihov svakodnevni rad.

# PK2 – Ciljevi učenja i podučavanja

Glavni ciljevi učenja i podučavanja ovog predmeta uključuju:

- Razvijanje matematičke pismenosti: Cilj je da se učenici osposobe za razumijevanje i interpretaciju matematičkih pojmova, za jasno i precizno izražavanje svojih matematičkih ideja, argumentovanje svojih zaključaka, kao i za efikasnu komunikaciju sa kolegama i mentorima u svojoj struci.
- Razvijanje matematičkog razmišljanja: Cilj je razvijanje sposobnosti učenika da analiziraju, kritički razmišljaju i rješavaju probleme koristeći matematičke metode, strategije i alate.
- Razvijanje matematičkih vještina: Cilj je da učenici steknu osnovne matematičke vještine, te da se osposobe za primjenu matematike u rješavanju problema i situacija koji se javljaju u njihovoj struci.
- Razvijanje pozitivnog stava prema matematici: Cilj je da se učenicima prenese uvjerenje da matematika može biti zanimljiva, korisna i dostupna svima, te da se prevaziđu negativni stavovi i strahovi koji mogu ograničiti učenje. Kroz povezivanje matematike sa stvarnim svijetom i stručnim interesima učenika potiče se interesovanje za matematiku i povećava motivacija za učenje i razumjevanje matematičkih koncepata.

# PK3 – Oblasna struktura predmetnog kurikuluma

Uvažavajući Zajedničku jezgru nastavnih planova i programa za matematičko područje definisanu na ishodima učenja, predmet Matematika u struci se izučava kroz sljedeće četiri oblasti:

- ❖ **Oblast 1: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE**
- ❖ **Oblast 2: ALGEBRA**
- ❖ **Oblast 3: GEOMETRIJA I MJERENJA**
- ❖ **Oblast 4: PODACI I VJEROVATNOĆA**

## **SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE**

Ova oblast proučava skupove kao osnovne matematičke objekte. Učenici se upoznaju sa različitim načinima zadavanja skupova, osnovnim operacijama sa skupovima, te postepeno sa skupovima prirodnih, cijelih, racionalnih i realnih brojeva, čime se razvija svijest o brojevima. Ova oblast matematike takođe proučava osnovna svojstva brojeva, aritmetičke operacije (sabiranje, oduzimanje, množenje i djeljenje) i svojstva tih operacija. Odabirom odgovarajućeg načina računanja, procjenjujući i preispitujući smislenost rezultata, rješavaju se matematički problemi i problemi iz svakodnevnog života. Koncepti iz oblasti Skupovi, brojevi i operacije su osnova svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi dalje učenje matematike, a od učenika se očekuje da te koncepte svakodnevno upotrebljavaju u vlastitom radnom i društvenom okruženju.

## **ALGEBRA**

Algebra je temeljna oblast matematike koja se koristi za rješavanje problema, izgradnju teorijskih osnova u mnogim disciplinama, kao i za razvoj matematičkih modela i algoritama. Ona predstavlja jezik za opisivanje matematičkih zakona korištenjem slova, brojeva i matematičkih simbola. U ovoj oblasti učenici koriste različite prikaze: algebarske izraze, tabele, dijagrame, grafove radi tumačenja i rješavanje problemskih zadataka: uočavaju nepoznate i rješavaju jednačine i nejednačine računski, provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i uz pomoć tehnologije, kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u odgovarajućem kontekstu.

Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem međuzavisnosti veličina jezikom algebre, učenici definišu funkcije koje proučavaju, tumače, porede, grafički prikazuju i upoznaju njihove osobine. Osim toga, modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz stvarnog života.

## **GEOMETRIJA I MJERENJA**

Ova oblast bavi se proučavanjem oblika, prostora, veličina i njihovih međusobnih odnosa. Ona obuhvata koncepte i vještine relevantne za primjene u praktičnim situacijama koje se često sreću u određenim strukama. Podučavanjem geometrije i mjerenja razvija se:

- sposobnost razumijevanja prostora koji nas okružuje, kao i položaja, veličine i oblika predmeta u prostoru
- sposobnost povezivanja brojeva i mjerenja kako bi bili u stanju primijeniti i razumjeti odnos oblika i veličine u svakodnevnom životu, s posebnim osvrtom na mjerenja dužine, površine i zapremine i uzajamni odnos duži i pravih linija, uglova, likova i tijela
- sposobnost prevođenja tekstualno opisanih problema u (mentalne) slike i njihovo analiziranje.

Zavisno od situacije kombinovat će različite vrste mjernih jedinica i vršiti njihovo preračunavanje, utvrditi mjerljiva obilježja objekata i pojava, osmišljavati i rješavati problemske situacije povezane sa različitim svojstvima standardnih i nestandardnih dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih figura. Ova oblast matematike prilagođava se specifičnim potrebama stručnog obrazovanja kako bi se osposobili učenici da primjene matematičke koncepte i vještine u praksi i na radnom mjestu. Cilj je sticanje vještina koje su relevantne i korisne za buduće karijere učenika u odabranim strukama.

## **PODACI I VJEROVATNOĆA**

Oblast podaci i vjerovatnoća se bavi proučavanjem različitih tehnika, algoritama i teorija koje se koriste za analizu podataka i donošenje odluka u situacijama gdje postoji neizvjesnost. Obuhvata osnovne tehnike za prikupljanje, organizovanje, analizu i interpretaciju podataka. Učenici trebaju razumjeti da grafikoni, dijagrami i grafici pružaju pomoć u organizaciji podataka (i informacija) i daju mogućnost upoređivanja i izvođenja zaključaka o određenim pojavama ili događajima. Učenici bi trebali biti u stanju da vizuelne slike pretvore u tekstualne opise i izvode zaključke na osnovu njih.

# PK4 – Odgojno-obrazovni ishodi

## ► Srednje ► I

### Godine učenja i podučavanja predmeta: 1.

#### A: Skupovi, brojevi i operacije

#### B: Algebra

#### D: Podaci i vjerovatnoća

##### Ishodi učenja:

A.B.D.1. Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu  $\mathbb{R}$ .

##### Indikatori:

A.B.D.1.1. Izvodi računske operacije sa prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima.

A.B.D.1.2. Koristi decimalni zapis racionalnog broja, zaokružuje decimalne brojeve na potreban broj decimala i izvodi računske operacije s njima.

A.B.D.1.3. Kombinuje računske operacije u skupu  $\mathbb{R}$ .

#### KLJUČNI SADRŽAJI

Skup prirodnih brojeva  $\mathbb{N}$ ; Skup cijelih brojeva  $\mathbb{Z}$ ; Skup racionalnih brojeva  $\mathbb{Q}$ ; Skup iracionalnih brojeva  $I$ ; Skup realnih brojeva  $\mathbb{R}$ ;

#### PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

##### Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice

Učenik bi trebao razumjeti potrebu za proširivanjem skupa prirodnih brojeva sve do skupa realnih uz rješavanje odgovarajućih primjera i poredeći nove veće skupove sa prethodnim u smislu zatvorenosti računskih operacija i ostalih zakonitosti vezanih za primjenu računskih operacija. Naglasak na operacije sa decimalnim brojevima zbog potreba struke.

##### Mogućnost ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Ove tematske cjeline je moguće korelirati sa temama iz sljedećih nastavnih predmeta: Praktična nastava (npr. mjerenje prostorijske, prozora, potrebe materijala, manji dijelovi opeke, pretvaranje mjernih jedinica, evidencija skladišta, prodaja); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. morfologija i vrste riječi); Ekonomska grupa predmeta (račun u zadacima).

##### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti svijest da brojeve možemo da vidimo u svemu što nas okružuje - prirodi, svemiru, ljudskom biću, da je svaki oblik i proces definisan i opisan brojevima.

#### B: Algebra

##### Ishod učenja:

B.1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici.

##### Indikatori:

B.1.1. Koristi stepene sa cjelobrojnim eksponentom.

B.1.2. Transformiše cijele i razlomljene brojeve izraze.

B.1.3. Transformiše cijele i razlomljene algebarske izraze.

B.1.4. Primjenjuje osnovne algebarske identitete.

## KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izložiocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojevi izrazi; Naučni (eksponecijalni) zapis broja ( $a \times 10^n$ ,  $1 \leq a < 10$ ,  $n$  cijeli broj); Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

## PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

### Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice

Stepenovanje sa cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi se sa što manje poteškoća moglo primjenjivati u zadacima. Ukazati na značaj naučnog zapisa broja. Pomoću kalkulatora računati eksponecijalni zapis broja. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje.

### Mogućnost ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetna korelacija

Cjeline ove tematske cjeline je moguće korelirati sa cjelinama iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. funkcije u Excel-u, brojni sistemi, pretvaranje broja iz binarnog u dekadni brojni sistem);

### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati kompetencije kombinovanja i upoređivanja. Učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad. Pretvaranjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis kod učenika se razvija svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama. Pri tome dolaze do izražaja kompetencije kao što su korištenje tehnologije, povezivanja različitih znanja i vještina i kritičko razmišljanje. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka učenici se osposobljavaju da koriste faktORIZACIJU polinoma. Učenici povezuju faktORIZACIJU sa razlaganjem nekog objekta, te ustanove da je cilj faktORIZACIJE obično pojednostavljivanje nečega na njegove polazne elemente.

**A: Skupovi, brojevi i operacije****B: Algebra****Ishodi učenja:**

**A.B.1. Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.**

**Indikatori:**

- A.B.1.1. Koristi različite metode za rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.
- A.B.1.2. Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom.
- A.B.1.3. Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.
- A.B.1.4. Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina na problemske situacije.

**KLJUČNI SADRŽAJI**

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine sa jednom nepoznatom; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.

**PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA****Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice**

Učenicima su već poznati pojmovi jednačina, nejednačina i sistema, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet. Postupke rješavanja treba ponoviti na jednostavnijim primjerima, a zatim uvesti i neke nove. Osposobiti učenike da iz date formule izračunaju jednu nepoznatu ako su zadane ostale. Sve različite načine rješavanja sistema demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na odabranu metodu.

**Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije**

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Srodni stručni predmeti (npr. primjena linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina, transformacija formula i izražavanje jedne veličine iz formula); Hemija (npr. miješanje hemijskih elemenata); Praktična nastava (npr. korištenje dijelova (otpada) za formiranje cjeline);

**Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup**

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto.

**B: Algebra****C: Geometrija i mjerenja****Ishodi učenja:**

**B.C.1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.**

**Indikatori:**

- B.C.1.1. Konstruiše jednostavne geometrijske oblike: trougao, četverougao, kružnicu, pravilni mnogougao.
- B.C.1.2. Konstruiše simetralu ugla i duži, težišnicu i težište, centar upisane i opisane kružnice trougla.
- B.C.1.3. Koristi i preračunava mjerne jedinice za dužinu i površinu.
- B.C.1.4. Izvodi operacije s vektorima.
- B.C.1.5. Primjenjuje izometrijske transformacije.

### B.C.2. Primjenjuje svojstva mnogouglova.

- B.C.2.1. Razlikuje vrste mnogouglova.
- B.C.2.2. Objašnjava svojstva vanjskih i unutrašnjih uglova i stranica mnogougla.
- B.C.2.3. Primjenjuje Pitagorinu teoremu.
- B.C.2.4. Računa obim i površinu mnogougla i kruga kroz primjere iz svakodnevnog života.

## KLJUČNI SADRŽAJI

Ugao. Mjerenje uglova; Trougao; Mnogougao; Pravilni mnogougao; Konstrukcija pravilnih mnogouglova; Obim, površina i uglovi pravilnog mnogougla; Kružnica i krug; Broj  $\pi$ ; Površina kruga i dužina kružnog luka; Značajne tačke i duži trougla; Četverougao (paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb, trapez, trapezoid, deltoid); Osnovni konstruktivni zadaci u trouglu, četverouglu i krugu; Međunarodni SI-sistem mjera; Površina paralelograma, trougla. Pojam vektora i operacije s vektorima; Izometrijska preslikavanja u ravni (translacija ravni, rotacija ravni, centralna simetrija, osna simetrija).

## PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

### Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice

Geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće.

Izometrijska preslikavanja u zadacima koristiti kako bi se uočile neke od osobina posmatranih figura (npr. osna simetričnost), te da se uz pomoć izometrijskih preslikavanja figure mogu dovoditi u razne položaje, a da pri tom osobine poput udaljenosti tačaka ostaju očuvane (invarijantnost).

### Mogućnost ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetna korelacija

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: srodni stručni predmeti (npr. primjena podudarnosti u zadacima, vektorske veličine, slaganje i razlaganje sila); Informatika (npr. kompjuterske simulacije geometrijskih konstrukcija izometrijskih preslikavanja u ravni); Kompjutersko crtanje; Dizajn i konstrukcije (npr. korištenje geometrijskih osobina, tvrdnji, teorema za konstrukcije na papiru ili koristeći softvere).

### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja.

## B: Algebra

## C: Geometrija i mjerenja

Ishodi učenja:

B.C.2. Analizira svojstva linearne funkcije i prikazuje je u koordinatnom sistemu.

Indikatori:

- B.C.2.1. Određuje položaj i udaljenost tačaka u koordinatnom sistemu, te očitava grafikone.
- B.C.2.2. Utvrđuje značenje koeficijenta linearne funkcije  $y=kx+n$  i crta njen grafik.
- B.C.2.2. Opisuje osobine date funkcije iz njenog grafičkog prikaza.

B.C.3. Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih zapisa, grafika i dijagrama, te generalizuje na osnovu njih.

B.C.3.1. Primjenjuje proporcije i procentni račun, funkciju direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u problemskim situacijama.

B.C.3.2. Crta na osnovu dobijenih podataka grafike funkcija.

## KLJUČNI SADRŽAJI

Pravougli koordinatni sistem u ravni; Rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni; Razmjere (omjeri), proporcije i procentni račun; Zlatni rez; Funkcija direktne proporcionalnosti  $y=kx$  (tok i grafik); Linearna nehomogena funkcija  $y=kx+n$  (tok i grafik); Funkcija obrnute proporcionalnosti  $y=k/x$ , ( $k \neq 0$ ) (tok i grafik).

## ► Srednje ► II

### Godine učenja i podučavanja predmeta: 2.

#### A: Skupovi, brojevi i operacije

#### B: Algebra

##### Ishodi:

A.B.1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici.

##### Indikatori:

- A.B.1.1. Formuliše operacije sa stepenima i korijenima.
- A.B.1.2. Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima.

#### KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni sa cijelim eksponentom; Operacije sa stepenima jednakih baza ili jednakih eksponenata; Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika;

#### PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

##### Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom. Koristiti kalkulator za računanje korijena (drugog, trećeg,...).

##### Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Ove tematske cjeline je moguće korelirati sa temama iz sljedećih nastavnih predmeta: srodni stručni predmeti (npr. pretvaranje mjernih jedinica, račun sa stepenima i korijenima);

##### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Osnovna svojstva operacija sa stepenima i korijenima postupno vode ka njihovoj pravilnoj primjeni u složenijim slučajevima, kao i primjeni u drugim nastavnim predmetima. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost. Kroz praktičnu primjenu u drugim nastavnim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja i interes za nauku.

#### B: Algebra

##### Ishodi učenja:

B.D.1. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola, grafika.

##### Indikatori:

- B.D.1.1. Rješava kvadratne jednačine i nejednačine.
- B.D.1.2. Prikazuje grafički kvadratne funkcije.
- B.D.1.3. Analizira svojstva kvadratnih funkcija na osnovu grafika.

#### KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika  $ax^2+bx+c=0$ ) i nejednačine (oblika  $ax^2+bx+c<0$ ); Kvadratna funkcija  $y=ax^2+bx+c$  (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Rastavljanje na linearne faktore;

## PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

### Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije.

### Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Ove tematske cjeline je moguće korelirati sa temama iz sljedećih nastavnih predmeta: Praktična nastava (npr. izvođenje zaključaka na osnovu rezultata testiranja i grafičkog prikaza).

### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija. Učenik stiče sposobnost rješavanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja.

#### B: Algebra

Ishodi učenja:

B.C.1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u trigonometriji.

#### C: Geometrija i mjerenja

Indikatori:

B.C.1.1. Primjenjuje obrasce iz oblasti trigonometrije.

B.C.1.2. Utvrđuje svojstva trigonometrijskih funkcija.

B.C.1.3. Transformiše trigonometrijske izraze.

B.C.1.4. Rješava jednostavne trigonometrijske jednačine.

## KLJUČNI SADRŽAJI

Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba kalkulatora ili tablica); Osnovni trigonometrijski identiteti; Periodičnost, parnost i znak trigonometrijskih funkcija; Jednostavne trigonometrijske jednačine (npr.  $\sin x = m$ ,  $\sin(ax + b) = m$ , i sl.).

## PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

### Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Ponoviti pojam radijana. Definirati trigonometrijsku kružnicu i trigonometrijske funkcije oštrog ugla na trigonometrijskoj kružnici uz obaveznu geometrijsku ilustraciju. Osnovni trigonometrijski identitet koristiti za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija. Korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljivati trigonometrijske izraze. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici (znak i periodičnost trigonometrijskih funkcija, trigonometrijske funkcije negativnog argumenta). Proširiti vještine rješavanja jednačina na jednostavne trigonometrijske jednačine.

### Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Ove tematske cjeline je moguće korelirati sa temama iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. statika i dinamika); Geografija (npr. mjerenje udaljenih objekata, mjerenje zemljišta); Praktična nastava (npr. računanje materijala potrebnih za gradnju objekta).

### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoeфикаsnost. Učenici vizualiziraju, osposobljavaju se da definišu, pronalaze trigonometrijske zavisnosti između veličina.

## ► Srednje ► III

### Godine učenja i podučavanja predmeta: 3.

#### A: Skupovi, brojevi i operacije

#### B: Algebra

#### C: Geometrija i mjerenja

Ishodi učenja:

B.C.D.1. Analizira svojstva geometrijskih likova i tijela koristeći odgovarajuće mjerne jedinice u procesima mjerenja.

Indikatori:

B.C.D.1.1. Modelira geometrijska tijela prema njihovoj mreži.

B.C.D.1.2. Primjenjuje formule za površinu i zapreminu figura.

B.C.D.1.3. Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života.

#### KLJUČNI SADRŽAJI

Površina trougla, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama i mnogougla; Heronov obrazac; Površina kruga i njegovih dijelova; Rogljasta tijela (piramida, prizma); Površine i zapremine uspravnih tijela; Rotaciona tijela (valjak, kupa, lopta); Površine i zapremine uspravnih tijela, lopte i njenih dijelova. Zapremina trupaca.

#### PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

##### Mogućnosti efikasnog učenja i podučavanja – metodičke smjernice

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije i stereometrije, uz pravilno korištenje naziva i uočavanje veza među formulama. Posebno naglašavati primjenu planimetrije u stereometriji. Sistematizaciju pratiti odgovarajućim crtežima i modelima. Geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć crteža doći do određenih zaključaka. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Isticati samo one bitne za zadatak. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Po mogućnosti koristiti 3D figure koje bi učenici samostalno izrađivali u okviru praktične nastave.

##### Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Ove tematske cjeline je moguće korelirati sa temama iz sljedećih nastavnih predmeta: Praktična nastava (npr. izrada modela i šablona, računanje potrebnog materijala za gradnju).

##### Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti sposobnost misaone vizualizacije objekata i prostornih oblika (misaono kretanje objekata i snalaženje sa geometrijskim oblicima objekata i njihovim položajima). Razviti osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koji formiraju objekti oko nas. Upotrebom programa dinamičke geometrije učenici će steći osjećaj za vizualizaciju i analizu. Istraživanje geometrijskih tijela u prostoru će svakako doprinijeti razvoju kreativnog i kritičkog mišljenja. Učenik prepoznaje ulogu ove tematske cjeline u nauci, kulturi, umjetnosti i tehnologiji.

**A: Skupovi, brojevi i operacije****B: Algebra**

Ishodi učenja:

A.B.1. Bira i kombinuje strategije i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.

Indikatori:

A.B.1.1. Izračunava kalkulacije koje se tiču specifičnih elemenata struke (plaća radnika, cijena koštanja i sl.).

A.B.1.2. Izračunava vrijednost proizvodnje, pojedinačne i serijske.

**KLJUČNI SADRŽAJI**

Osnovna plaća, koeficijenti, stručna sprema, uvjeti rada, radni staž, porezi, olakšice, bruto plaća, neto plaća. Povećanje i smanjenje plaće za određeni iznos i postotak.

Vrijednost i cijena koštanja (sata, minute) za pojedinačnu i serijsku proizvodnju.

Cijena materijala, dodaci na otpad, rastep i škart, ukupni trošak materijala, trošak izrade, trošak upravljanja, rizik, dobit, porezi, režijski troškovi.

# PK5 – Učenje i podučavanje

Moderna nastava matematike treba težiti osposobljavanju učenika da matematički rasuđuju, da preispituju moguća rješenja, da pronalaze i rješavaju probleme, udaljavajući se što više od pukog pamćenja postupaka i mehaničkog pronalaženja odgovora. Ona treba težiti logičkim i matematičkim dokazima u kojima nastavnik nije jedini autoritet u provjeri istinitosti.

Učenje treba da bude osmišljeno tako da učenici uče matematiku sa razumijevanjem, aktivno gradeći nova znanja na osnovu iskustva i predznanja. Pri tome ih treba na izazovan način motivirati da samostalno istražuju i uče.

Konceptualno razumijevanje osnova je za sveobuhvatno, integrirano i funkcionalno korištenje matematičkih ideja.

Na matematiku treba gledati kao korpus znanja i vještina i način razmišljanja koji se može primijeniti u mnogim životnim situacijama te u raznim profesijama i strukama. Učenici putem nastave matematike treba da steknu osnove matematičke pismenosti, te spoznaju univerzalnu vrijednost matematike koja ima primjene u prirodnim, tehničkim naukama, tehnologiji, ekonomiji i drugim naukama. U namjeri ostvarenja primjenjivosti znanja kod učenika pri planiranju nastave važno je odrediti nivo znanja učenika. Kako bi uspješno razumjeli i rješavali matematičke zadatke, pored konceptnog znanja, za učenike je važno da razumiju matematički jezik. On treba da bude zasnovan na pravilima prevođenja matematičkog jezika u smislene tvrdnje, na razumijevanju matematičkih ideja i računskih postupaka i algoritama koji se primjenjuju u odnosu na koncept.

Podučavanje i učenje matematike ne treba da bude samo u svrhu struke za koju učenike pripremamo, potrebno je ostvariti odgojno-obrazovnu funkciju za život u savremenom društvu, dakle, ne samo uzimati u obzir gdje će i šta će učenik raditi. Matematički sadržaji i teme logički su strukturirani te je uloga nastavnika da iste što zornije i svrsishodnije prilagode učenicima. Učenici uče na odgovarajući način, logičkim načinom razmišljanja. Motivaciju u nastavi matematike treba uzeti kao složen i dugotrajan proces, te je pedagoški aspekt rada nastavnika u svrhu jačanja individualnih snaga i samopouzdanja učenika.

Podučavanje i učenje zasnovano na ishodima učenja treba da prati načelo aktivnosti učenika u nastavnom procesu, koje podrazumijevaju jednostavne i složene aktivnosti, praktične i intelektualne, kao i reproduktivne i produktivne. Načelo diferencijacije i integracije povezano je s metodom analize i sinteze, dok se načelo postupnosti i sistematičnosti odnosi na pravila od jednostavnog ka složenom, od lakšeg ka težem i od konkretnog ka apstraktnom. Načelo primjerenosti i napora je među najvažnijim obilježjima kurikularnog pristupa usmjerenog na učenika i ishode učenja za koje se očekuje da ih oni trebaju ostvariti. Za ostvarenje ovih načela metode su individualizacije i socijalizacije nastavnog procesa (rad u grupi, paru; prilagođavanje psihofizičkim, odgojno-obrazovnim specifičnostima, zadovoljavanjem specifičnih interesa i potreba što se provodi diferencijacijom nastavnih metoda, sadržaja i vrednovanja). Načelo racionalizacije i ekonomičnosti odnosi se na osmišljavanje metoda u nastavi kojima se postižu kvalitetniji rezultati i efikasnost podučavanja, a sa što manjim utroskom vremena, resursa i snaga.

Veoma je važno da učenici razumiju temeljne matematičke koncepte koje će koristiti u svojoj struci. Zato, izuzev orijentacije na metode i procese računanja, tzv. proceduralni pristup, u nastavi se koriste metode koje razvijaju razumijevanje konceptata. Učenicima raznih struka primjena matematičkih znanja i matematičkih konceptata u situacijama iz prakse predstavlja važan izazov. Podučavanje usmjerano na konceptualan pristup, praćen vizuelnim prikazom i primjenom u novim situacijama, te prikazom koncepta u stvarnom životu, unapređuje proceduralna znanja i vještine, jer je prilikom računanja učenik svjestan zašto radi, a ne samo kako to radi.

Bitna koncepcija je i "aktivno učenje" koje može uključivati primjenu matematičkih konceptata na stvarne probleme, rješavanje problema u timovima ili grupama, ili čak simulacije realnih radnih situacija. Pružajući učenicima probleme ili zadatke koji zahtijevaju primjenu matematičkih vještina i tehnika kako bi ih riješili potiče se razvoj analitičkih sposobnosti i kreativnog razmišljanja. Učenici aktivno grade znanje tokom procesa rješavanja problema. Dok to rade, razvijaju pozitivan stav o smislenosti matematičkih sadržaja, kao i ličnu sposobnost rasuđivanja u novim situacijama.

Kombinacija ovih savremenih koncepcija omogućuje učenicima da steknu dublje razumijevanje i primjenu matematike u kontekstu njihove struke, pripremajući ih za uspješno obavljanje svojih budućih poslova i izazova.

Odgovornost nastavnika je da stvori okruženje u učionici u kojem učenici mogu slobodno iznijeti svoje razmišljanje i poštovanje te cijeliti međusobnu saradnju i doprinos drugih. Ovo nije jednostavan zadatak, pogotovo ako učenici nisu navikli dijeliti svoje matematičko razmišljanje jedni s drugima. Međutim, ovo je jako važan cilj, jer pruža učenicima mogućnost da kritički uporede svoja i tuđa razmišljanja.

U okviru nastavnog procesa potrebno je kontinuirano podržavati učeničku radoznalost i želju za novim znanjima, te hrabriti istrajnost u rješavanju postavljenih zadataka. Učenje i podučavanje treba biti bazirano na istraživačkom radu u kojem se problemi vežu za učeničke interese čime će se povećati njihova motivacija. U tom radu sugerisati upotrebu IKT-a u cilju razvoja sposobnosti kritičkog mišljenja i spremnosti za praktičnu primjenu znanja. Veoma je važno da nastavnici i učenici imaju redovan pristup tehnologijama koje podržavaju i unapređuju matematičko obrazloženje, rješavanje problema i komunikaciju. Kada se nastavnici strateški koriste tehnologijom, mogu pružiti veći pristup matematičkim znanjima za sve učenike.

Integracija matematike u druge nastavne predmete tjera učenike da razmišljaju o „stvarnom svijetu“, utiče na učenike da razmišljaju o tome zašto se stvari događaju, pružajući im praktičan pristup učenju i korištenju matematike. Time učenici stiču širinu i spoznaju značaj primjene matematike, što im omogućava razvoj novih ideja i vještina, te produbljivanje postojećih.

# PK6 – Vrednovanje u predmetnom kurikulumu

Vrednovanje znanja i vještina učenika je proces koji nastavnici primjenjuju gotovo svakodnevno u svom odgojno-obrazovnom radu. Proces vrednovanja je vrlo osjetljivo područje rada nastavnika. Važno je da nastavnik koristi objektivne postupke i metode vrednovanja koje traže potpuni profesionalni integritet jer na osnovu rezultata vrednovanja učenici donose važne odluke, te ima uticaja na motivaciju, odnos prema nastavnom predmetu i spremnost za učešće u odgojno-obrazovnom procesu.

Da bi se izbjegli nedostaci procesa vrednovanja, potrebno je definisati jasne kriterije prema kojim se vrednovanje provodi, uspostaviti željeni nivo objektivnosti, te ukoloniti i/ili ublažiti negativne obrasce motivacije kao i učenja kod učenika. Svakako treba izbjegavati da se vrednovanje svede na sumativno vrednovanje, koje uvijek rezultuje ocjenom. Uvođenje formativnog vrednovanja doprinosi poboljšanju načina podučavanja nastavnika i učenja učenika. Također, formativno vrednovanje ima za cilj davanje informacija o napretku učenika, utvrđivanjem nedostataka u učenju, upoznavanjem snaga, kao i planiranjem budućeg učenja i podučavanja.

Dijagnostičko vrednovanje koristi se za utvrđivanje teškoća u učenju, razloga neuspjeha. Primjenjuje se da bi nastavnici na efikasan način koristili dobijene informacije.

Provjeravanje znanja i vještina je zahtjevan nastavni proces, a koristi se da bi se utvrdili nivoi učeničkih postignuća s ciljem praćenja napretka učenika. Budući da se radi o procesu kojim se učenici razvijaju, ne treba da se svede samo na ocjenjivanje krajnjeg rezultat učenika.

Savremena koncepcija ocjenjivanja je u korelaciji s procesom praćenja i provjeravanja. U procesu nastave ovi koncepti se veoma vezani, iako se provjeravanje i ocjenjivanje različito određuju. U uobičajenoj praksi ocjenjivanje je dodjeljivanje brojčane vrijednosti rezultatima praćenja (od 1 do 5) i provjeravanja učenikovog rada. Potrebno je da se dešava u ugodnoj radnoj atmosferi, bez straha i neugodnosti, uvažavanjem ličnosti učenika, podsticanjem aktivnog učešća tokom podučavanja i učenja, podsticanjem samopuzdanja, osjećaja napretka, samoučenja i samprocjene vlastitog znanja i znanja vršnjaka.

Pristupi vrednovanju učeničkih postignuća i napredovanja:

- Vrednovanje za učenje (svrha da učenici steknu uvid u efikasnost svog učenja, a nastavnici u efikasnost svoje nastavne prakse; učenicima se daju konkretne povratne informacije o nivou znanja i vještina u skladu sa ishodima učenja; ne rezultira ocjenom; poistovjećuje se s formativnim i dijagnostičkim vrednovanjem; koristiti različite metode za praćenje učeničkog razumijevanja i vještina).
- Vrednovanje kao učenje (glavni akter je učenik, koji prati svoj napredak, kao aktivni učesnik vlastitog učenja; učenik procjenjuje svoje učenje i znanje ostalih učenika u odjeljenju; ovim se pristupom kod učenika podstiče razvijanje vještina samovrednovanja vršnjačkog vrednovanja i ključne kompetencije učiti kako učiti; koristiti različite metode da podstiču učenje i metakognitivne procese).
- Vrednovanje naučenog (procjena usvojenosti ishoda učenja u odnosu na predmetni kurikulum; provodi se periodično, nakon učenja određene cjeline/teme, na kraju određenog perioda kao što je polugodište ili nastavna godina i uvijek je rezultat ocjena; ne primjenjuje se često i rutinski; koristiti metode procjene procesa i ishoda učenja).

Metode vrednovanja:

- Pisana provjera – svi pisani oblici provjere koji rezultuju ocjenom; koristiti jednu pismenu provjeru u polugodištu u trajanju od jednog časa, kombinovanjem različitih tipova zadataka u skladu s tim šta se

želi provjeriti; preporučuje se u svrhu veće pouzdanosti i objektivnosti da nastavnik prethodno pregleda sve pismene radove i na temelju tog uvida oblikuje svoje kriterije i pristupi postupku ispravljanja i ocjenjivanja.

- Usmena provjera – dobijaju se informacije koje se ne mogu dobiti pisanom ili drugom metodom; omogućava utvrđivanje učenikovih misli, u direktnom kontaktu se utvrđuje i vrednuje napredak učenja prema sposobnostima, mogućnostima i motivaciji učenika; treba razlikovati provjeravanje putem razgovora, objašnjavanja, izlaganja učenika.
- Testovi – ekonomično dolaženje do informacija o uspješnosti nastavnog procesa i učenikovog učenja;
- Prezentacija - omogućava učenicima sticanje stručnih, komunikacijskih, metodičkih i društvenih kompetencija; provjerava se: pripremanje, znanje, sposobnosti strukturiranja, činjenice i vještina usmene komunikacije; vrednovanje treba biti zasnovano na jasnim i pouzdanim kriterijima;
- Projekt – potrebno detaljno isplanirati rad, realizacija projekta u pravilu traje duže od jednog školskog časa; uloga nastavnika je u vidu priprema pravila i uputa za rad učenika, te kriterija vrednovanja etapa i cjelovitog projekta; učenici se podstiču na samostalan rad i preuzimanje odgovornosti.